

Centro Estadual de Educação Supletiva de Votorantim

MATEMÁTICA

APOSTILA

6

Fundamental 11/12

CEESVO

MÓDULO 11

OBJETIVOS: Ao final desta U.E. você deverá saber:

- Reconhecer expressões numéricas e expressões algébricas;
- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica;
- Identificar o coeficiente e a parte literal de um monômio;
- Escrever sentenças matemáticas;
- Equacionar problemas do primeiro grau;
- Resolver e interpretar problemas do primeiro grau;
- Relacionar equações com o dia-a-dia;
- Resolver algebricamente um sistema de equações do 1º grau pelo método da adição;
- Interpretar problemas com duas incógnitas relacionando-os com o cotidiano montando um sistema de equações;
- Resolver os sistemas e interpretar as respostas;
- Conhecer o método geométrico no plano cartesiano para resolver sistemas de equações do 1º grau.

Roteiro:

- Leia atentamente o módulo observando e acompanhando a resolução dos exemplos;
- Faça os exercícios no seu caderno e confira as respostas no gabarito;
- Anote as dúvidas no caderno e pergunte ao professor.

FAÇA OS EXERCÍCIOS NO SEU CADERNO.

NÃO ESCREVA NA APOSTILA.

A ÁLGEBRA

INTRODUÇÃO: O uso das letras na resolução de problemas inaugurou uma nova era da matemática.

No momento em que usamos letras para representar uma quantidade desconhecida entramos na parte da matemática chamada **álgebra**.

O uso da letra facilitou a comunicação matemática. Por exemplo, você pode representar: “O quadrado da soma de dois números” por $(a+b)^2$ que será entendido em qualquer país. As letras **a** e **b** estão representando dois números quaisquer.

Existem expressões na matemática que necessitam de letras para representar uma idéia ou uma situação.

Exemplo: Um litro de gasolina custa R\$ 1,70. Como você pode representar o gasto com combustível durante uma viagem?

Você pensou, pensou e não conseguiu responder? Está faltando algum dado no problema? Você não sabe quantos litros de gasolina foram gastos?

É verdade, você não pode chegar a um resultado imediato, mas existe uma maneira de escrever essa idéia: usando uma letra qualquer para representar a quantidade de litros de gasolina. Então você pode escrever **1,70 . X** onde **X** representa a quantidade de litros.

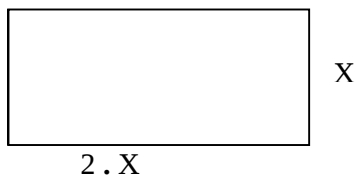
Expressões formadas por números e letras são chamadas de **expressões algébricas**.

Na matemática trabalhamos com números, formas e letras que representam números. São as fórmulas e equações.

Um exemplo do uso de fórmula: para calcular o perímetro **P** (soma dos quatro lados) de um retângulo em que um lado é o **dobro** do outro.

Observe o desenho abaixo:

Você não sabe a medida de um lado então pode representá-la por uma letra.



X representa a medida de um lado.

$$P = X + 2X + 2X + X$$

$$P = 6X$$

Nessa expressão **X** é uma **incógnita** ou **variável** e está representando um número desconhecido.

VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO NUMÉRICA

É o número que se obtém quando você substitui as variáveis (letras) por valores reais (números).

Ex 1: $a + b$ para $a = 2$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $2 + 3$
 $5 \rightarrow \text{Valor Numérico} = 5$

Observe que foram dados valores para as letras (incógnitas), então é só **substituir** ((tirar) a letra pelo número correspondente.

Ex. 2:

Determine o valor numérico de $2a + 3b - 5$ lembrando que $2a$ é o mesmo que $2 \cdot a$ pois entre um número e uma letra tem uma multiplicação.

$$\begin{array}{rcl}
 2 \cdot a + 3 \cdot b - 5 & \text{para} & a = 5 \\
 \downarrow \quad \downarrow & & b = 2 \\
 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 - 5 & & \\
 10 + 6 - 5 & & \\
 16 - 5 & & \\
 11 & \text{logo o valor numérico (V.N.) é} & 11
 \end{array}$$

Ex. 3: Calcule o valor numérico de

$$\begin{array}{rcl}
 2x^2 + 3y & \text{para} & x = 5 \\
 \downarrow \quad \downarrow & & y = -4 \\
 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot (-4) & & \\
 2 \cdot 25 - 12 & & \\
 50 - 12 & & \\
 \text{V.N} = 38 & &
 \end{array}$$



LEMBRE-SE:
 $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

Copie e resolva em seu caderno:

1) Calcule o Valor Numérico das expressões:

a) $x + 2$ para $x = 3$

b) $5a^2 - 2b$ para $a = 3$

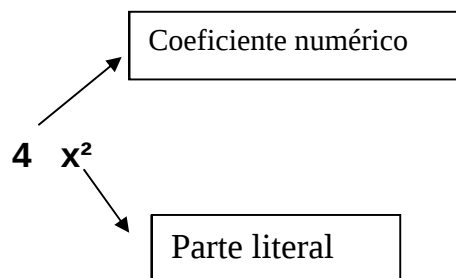
- $b = 2$
- c) $x + y$ para $x = -1$
 $y = 2$
- d) $2x - y$ para $x = 3$
 $y = 4$
- e) $x + y - z$ para $x = 8$ $y = 3$ $z = 5$

TERMO ALGÉBRICO OU MONÔMIO

O termo algébrico é formado por duas partes: a **literal** (parte das letras) e o **coeficiente numérico** (número que está multiplicando a parte literal).

Quando a expressão algébrica é formada por dois ou mais termos é denominada **POLINÔMIO**. Quando têm um só termo é chamada particularmente de **MONÔMIO**.

Dessa maneira convencionou-se:



Ex: $4x$ é um monômio na variável x e o coeficiente é o 4.

$2xy^3$ é um monômio com variáveis x e y e com coeficiente 2.

X^3Y^2 é um monômio com coeficiente 1 (não é necessário escrever o nº 1 antes das variáveis).



NÃO SE ESQUEÇA:
4 X é $4 \cdot X$ (**multiplicação**)
Obs. O sinal de multiplicação não é usado entre o número e a letra ou entre duas ou mais letras Ex. $4ab = 4 \cdot a \cdot b$

MONÔMIOS OU TERMOS SEMELHANTES

Dois ou mais monômios são **semelhantes** quando as partes literais (as letras) são idênticas (mesmas letras com mesmos expoentes).

Assim $15x^2b^3$ é semelhante a $6x^2b^3$ pois têm a mesma parte literal (x^2b^3).

Os monômios $10c^2b$ e $-2cb^2$ **não** são semelhantes pois as partes literais (c^2b e cb^2) **não** são idênticas (os expoentes das letras são diferentes).

REDUÇÃO DE TERMOS SEMELHANTES

Se em uma expressão algébrica houver dois ou mais termos semelhantes, eles podem ser reduzidos a um só, bastando para isso efetuar a operação indicada nos coeficientes (números), mantendo a parte literal (letras).

Exemplos:

$$1) 5x^2 + 7x^2 - x^2 = 11x^2$$

$\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow$
 $5 + 7 - 1 = 11$

OBSERVE: quando a parte literal (letras) **não** tem coeficiente escrito vale 1.
Ex.: x^2 é igual a $1x^2$

Para efetuar a operação com números positivos e negativos é necessário lembrar que:

- 1) quando os números têm o mesmo sinal, soma e conserva o sinal,
- 2) quando os números têm sinais diferentes, subtrai (tira) e resulta o sinal do nº maior.

$$2) -4ab^3 + 9ab^3 + 7a - 10a = 5ab^3 - 3a$$

$\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow$
 $-4 + 9 = 5 \quad \quad 7 - 10 = -3$

Obs.: quando os monômios **não** são semelhantes **não** há redução de termos.

Ex.: $9x - 3y$ (não existe redução pois as partes literais não são iguais).

OPERAÇÕES COM MONÔMIOS

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE MONÔMIOS: só podem ser efetuadas **se** os monômios **são semelhantes**. Para determinar o resultado você deve:

1º eliminar os parênteses aplicando a regra de sinais conforme mostra os exemplos abaixo,

2º reduzir (juntar) os termos semelhantes observando os sinais dos coeficientes (numeros).

1º Ex.: $(3X^2) + (-5X^2)$ $\longrightarrow$ adição de dois monômios

$\searrow$ sinais diferentes resulta sinal negativo
 $3X^2 - 5X^2 = -2X^2$ (tem 3 e deve 5 = -2)

2º Ex.: $(-8 a^2x^3) - (-4a^2 x^3)$ $\longrightarrow$ subtração de monômios

$\searrow$ sinais iguais resulta sinal positivo
 $-8 a^2x^3 + 4 a^2 x^3 = -4a^2x^3$ (deve 8 e tem 4 = -4)

3º Ex.: $(4ax^2) - (-9ab^2)$ não são semelhantes portanto não pode ser reduzido. Você deve apenas eliminar os parênteses: $4ax^2 + 9ab^2$

Copie e resolva em seu caderno:

2) Efetue as operações indicadas e reduza os termos semelhantes:

a) $-5x^2y + 7X^2Y - 20X^2Y + 3X^2Y =$

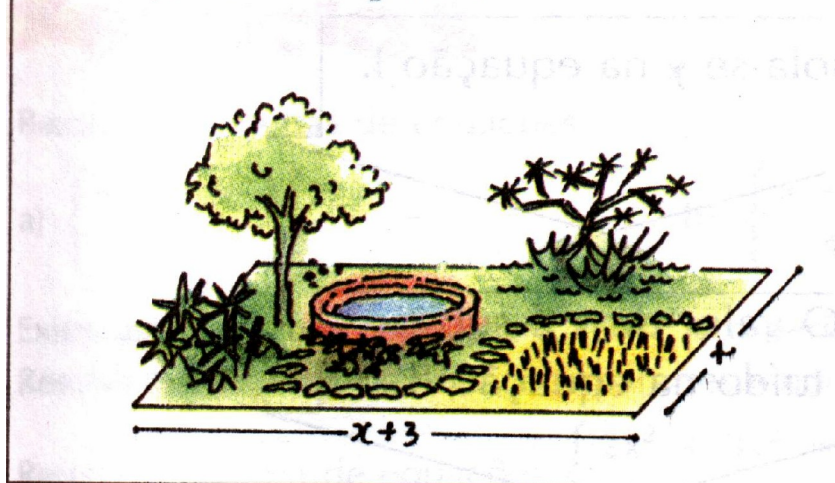
b) $(-12b) + (-8b) =$

c) $9x - 3x + 2Y - 5y$

d) $(7s) - (-4s) =$

3) Observe o jardim abaixo. A letra **X** representa a largura e **x + 3** o comprimento. Represente o perímetro do jardim (soma dos quatro lados).

Era um jardim retangular...



REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA DE UMA SENTENÇA MATEMÁTICA.

Você sabe que para representar um número desconhecido, geralmente utiliza-se uma das letras do alfabeto latino. Assim:

Um número $\longrightarrow$ X

Para representar o seu **dobro**, multiplica-se o número
Assim:

Lembre-se
o ponto $\cdot$
representa
multiplicação.

O dobro de um número $\longrightarrow$ $2 \cdot X$ ou $2X$

O triplo de um número representa-se por $3 \cdot X$ ou $3X$ e assim por diante.

Agora, em seu caderno, represente usando os símbolos da matemática as expressões escritas em português :

um número:.....

o dobro de um número:.....

o triplo de número:.....

o quádruplo de um número:.....

Você acertou se tiver escrito assim: X , $2X$, $3X$ e $4X$.

Para representar a **metade de um número**, escreve-se $\frac{X}{2}$ pois é o número dividido por 2. Quando se referir a “**partes**”, significa divisão.

Represente simbolicamente, em seu caderno, as seguintes expressões:

a metade de um número:.....

a terça parte de um número:.....

a quarta parte de um número.....

a quinta parte de um número:.....

Você certamente escreveu desta forma:

$$\frac{X}{2}, \frac{X}{3}, \frac{X}{4} \text{ e } \frac{X}{5}$$

Observe atentamente:

Um número somado com 12 é igual a 20.

Passando para a linguagem da matemática a representação desta sentença é:

$$\underbrace{X}_{\text{um número}} + \underbrace{12}_{\text{somado com 12}} = \underbrace{20}_{\text{é igual a 20}}$$

Como se representa: Um número somado com 7 é igual a 23?
Escreva a resposta em seu caderno.

Certamente você escreveu:

$$X + 7 = 23$$

Copie e resolva em seu caderno:

4) Passe para a linguagem matemática. Utilize uma das letras do alfabeto para representar o número desconhecido e os símbolos adequados:

- a) Um número somado com 8 é igual a 12.
- b) Um número adicionado a 8 é igual a 16.
- c) De um número subtraindo 2 resulta 7.
- d) A diferença entre um número e 9 é 12.
- e) O dobro de um número é igual a 24.
- f) O triplo de um número é igual a 33.
- g) A quarta parte de um número é 7.

*Confira suas respostas no final deste módulo. Se você acertou todos os exercícios, prossiga os seus estudos.
Caso contrário refaça-os, analisando seus erros.*

Observe atentamente:

A soma do triplo de um número com 15 é igual a 27.

A representação dessa sentença é:

$$\begin{array}{ccccccc} 3. X & + & 15 & = & 27 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \text{o triplo de} & \text{somado} & \text{com 15} & & \text{é igual a 27} \\ \text{um número} & & & & \end{array}$$

Represente: **A diferença entre o dobro de um número e 15 é igual a 8.** Escreva a resposta no seu caderno. Com certeza você escreveu: $2. X - 15 = 8$. **Diferença é subtração.**

Copie e resolva em seu caderno:

- 5)** Em seu caderno, passe para a linguagem matemática as afirmações a seguir:
- a) A soma do dobro de um número com 18 é igual a 23.
 - b) A soma do triplo de um número com 28 é igual a 32.
 - c) A diferença entre a terça parte de um número e 8 é 14.
 - d) A diferença entre a quarta parte de um número e 14 é 70.

SUCESSOR ou CONSECUTIVO E ANTECESSOR

O sucessor de 9 é 10, porquê?

Porque $9 + 1 = 10$

Para achar o sucessor você acrescenta uma unidade ao número.

Para representar o sucessor de um número desconhecido você usa o **X** portanto **$X + 1$** representa o sucessor ou consecutivo, dessa forma estamos acrescentando uma unidade ao número (X) desconhecido.

Lembre-se que **sucessor e consecutivo são sinônimos** (significa a mesma coisa).

E o antecessor? O antecessor de um número é aquele que tem uma unidade a menos.

Exemplo: o antecessor de 9 é 8, porque $9 - 1 = 8$



Como se representa simbolicamente o antecessor de um número?

Isso mesmo! Se X é o número então, $X - 1$ representa o **antecessor de um número**.

Em seu caderno, represente simbolicamente as expressões, utilizando Y para representar um número desconhecido.

- a) O sucessor de um número.....
- b) O antecessor de um número.....

Com certeza você escreveu:

- a) $Y + 1$
- b) $Y - 1$

Veja como é representado na linguagem matemática a sentença:

A soma de um número e seu antecessor é 81.

A representação dessa sentença é $X + (X - 1) = 81$.

Agora é com você:

Como se representa: a soma de um número com o seu sucessor é 57?

Se você escreveu $X + (X + 1) = 57$, acertou!!! Ou $X + X + 1 = 57$

Obs.: Os números X e $X + 1$ também são chamados *números inteiros consecutivos*.

Observe atentamente:

A soma de dois números inteiros consecutivos é 15.

A representação dessa sentença é: $X + (X + 1) = 15$. Pois o número desconhecido é o X .

Copie e resolva em seu caderno:

6) Em seu caderno, passe para a linguagem matemática. Utilize uma letra do alfabeto latino para representar o número desconhecido.

a) A soma de um número inteiro com o seu consecutivo é 29.

b) A soma de um número com o antecessor é 61.

c) A soma de um número com seu sucessor é 29.

EQUAÇÃO

Equação é uma igualdade (=) envolvendo uma ou mais letras que estão representando números.

Obs.: Saiba que pode ser usada qualquer letra como incógnita para representar um número. Esses números são chamados de **raiz** ou **solução** da equação.

As equações são classificadas **em grau** de acordo com o **maior** expoente da incógnita (letra).

EQUAÇÃO	GRAU	JUSTIFICATIVA
$2X - 3 = 0$	1°	O exp. do X é 1
$5X^2 + 6 = 36$	2°	O exp. do X é 2
$-8a^3 + 6a - 7 = -9$	3°	O maior exp. de a é 3

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Para determinar o valor da incógnita (letra) de equações simples você pode usar apenas o raciocínio.

Nas equações mais complexas (difíceis) é necessário usar **técnicas de resolução**.

Veja o exemplo que o prof. Francisco deu:

O prof. Francisco propôs o seguinte desafio para sua aluna Flávia: **“Pensei em um número, multipliquei por seis, somei dois e o resultado deu 32”. Adivinhe que nº é esse.**

Flávia descobriu o nº fazendo as operações inversas. Veja suas anotações:

$$\square \cdot 6 + 2 = 32$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 2 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 6} \\ 0 \\ \hline 5 \end{array}$$

5 é o nº pensado

O prof. Francisco resolve esse problema usando uma letra (**X**) para representar o nº pensado. As operações feitas com ele são indicadas assim:

$$\underbrace{6 \cdot X}_{\text{nº pensado e multipl. por 6}} + \underbrace{2}_{\text{somado com 2}} = \underbrace{32}_{\text{resulta 32}}$$

Na sentença obtida, descobre-se o valor de **X** desfazendo as operações feitas com ele. Começamos desfazendo a adição. Observe:

$$6 \cdot X + 2 = 32$$

$$6 \cdot X = 32 - 2$$

$$6 \cdot X = 30$$

Agora, desfazemos a multiplicação:

$$X = \frac{30}{6}$$

$$X = 5$$

Para desfazer cada operação efetuamos a “conta” inversa.

Adição (**soma**): $\longrightarrow$ operação inversa é a subtração (**menos**).

Multiplicação (**vezes**) $\longrightarrow$ operação inversa é a **divisão**.

Isso que você acabou de ler nada mais é do que a resolução de uma equação do 1º Grau.

Técnicas para Resolução das Equações

Resolver uma equação é achar o valor da variável (letra), de modo a tornar a igualdade verdadeira.

1º Ex.: $X + 8 = 13$

Você pode resolver apenas raciocinando: “ Qual é o nº que somado com 8 resulta 13?

Resposta: é o nº 5 portanto $X = 5$

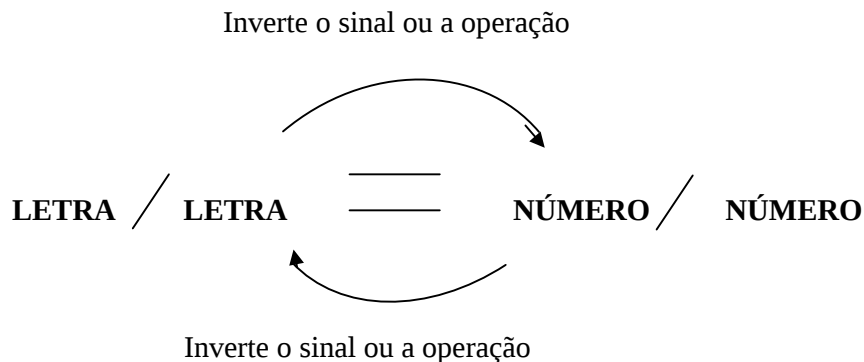
No 2º exemplo torna-se mais difícil saber o valor de X na equação. Você terá que resolver usando as técnicas abaixo explicadas.

2º Ex.: $2x + 7 = 13$

$\underbrace{2x + 7}_{1^\circ \text{ membro}} = \underbrace{13}_{2^\circ \text{ membro}}$

Como não podemos fazer “conta” dos termos que tem X com números devemos:

- Isolar ou separar , no 1º membro, os termos que possuem “x” e, no 2º membro, os termos que não têm “x”,
- Inverter as operações trocando de sinais os termos que mudam de um membro para outro. Você pode usar o esquema abaixo para representar essa técnica.



3º Exemplo

$2x + 7 = 13$

Inverte a operação, troca o sinal

$2x = 13 - 7$

$2x = 6$

$x = \frac{6}{2}$

$x = 3$

lembre-se que o 2 está multiplicando a variável X portanto passa dividindo

$V = \{3\}$

$$4^{\circ}) 8x + 3 = 15 + 5x$$

$$8x - 5x = 15 - 3$$

$$3x = 12$$

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4 \quad V = \{ 4 \}$$

$$5^{\circ}) 3 \cdot (x + 2) + 3 = 2x$$

Primeiro elimine os parênteses, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação: (multiplica o nº de fora com os termos que estão dentro do parênteses).

$$3x + 6 + 3 = 2x$$

$$3x - 2x = -6 - 3$$

$$x = -9$$

$$X = -9$$

$$V = \{ -9 \}$$

6º) Exemplo:

$$\frac{4x}{3} + \frac{2}{1} = \frac{5x}{2} - \frac{3}{2}$$

Lembre-se: o denominador do 2 é 1

Reduza as frações ao mesmo denominador calculando o m.m.c de 3,2, divida pelo **debaixo e multiplique pelo de cima**.

3, 2	2
3, 1	3 (multiplica)
1	6 m.m.c

$$\frac{8x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{15x}{6} - \frac{9}{6}$$

$$8x + 12 = 15x - 9 \text{ (separando X com X)}$$

$$8x - 15x = -9 - 12$$

$$-7x = -21 \cdot (-1)$$

$$7x = 21$$

$$x = \frac{21}{7}$$

$$X = 3$$

$$V = \{ 3 \}$$

Cancele os denominadores (nº 6) e copie os numeradores e resolva a equação.



$$\begin{aligned}
 7^o) \quad & 5x - 10 = x - 2 \\
 & 5x - x = -2 + 10 \\
 & 4x = 8
 \end{aligned}$$

Lembre-se: $X = 1 \ X$

$$X = \frac{8}{4}$$

$$X = 2$$

Copie e resolva em seu caderno:

7) Resolva em seu caderno as equações abaixo:

a) $x + 3 = 4$

b) $2x + 5 = 10$

c) $2x + 6 = -3x - 4$

d) $4x + 9 = 2x - 8$

e) $2(X + 3) = 10$

f) $\frac{X}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

i) $\frac{X}{5} + \frac{2X}{3} = \frac{3X}{3} - 4$

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Para resolver um problema, você deve:

1º) Ler atentamente o problema;

2º) Identificar os dados desconhecidos do problema que será representado por uma letra;

3º) Identificar o dado conhecido do problema;

4º) Formar a equação, envolvendo os dados conhecidos e desconhecidos; usando os símbolos da matemática;

5º) Resolver a equação (achar o valor da letra;)

6º) Escrever a resposta do problema.

Agora, leia atentamente os problemas resolvidos abaixo para que você aprenda;

Exemplo 1:

A soma da minha idade com 6 é igual a 28. Qual é a minha idade?

Dado desconhecido é “**minha idade**” representada pelo **X**

Equação correspondente: $X + 6 = 28$

Resolução da equação:

$$X + 6 = 28$$

$$X = 28 - 6$$

$$X = 22$$

Resposta do problema:

A minha idade é 22 anos.

Exemplo 2:

O dobro de um número somado com 13 é igual a 23. Qual é esse número?

Dado desconhecido é “o número”, representado pelo **X**, então a equação correspondente ao problema é:

$$2X + 13 = 23$$

Resolução da equação:

$$2 \cdot X + 13 = 23$$

$$2 \cdot X = 23 - 13$$

$$2 \cdot X = 10$$

$$X = \frac{10}{2} \qquad X = 5$$

Copie e resolva em seu caderno:

8) Copie no seu caderno os problemas abaixo, passando para a linguagem da matemática e resolva a equação :

a) Qual é o número que, somado com 7, é igual a 15?

b) De um número subtraímos 9 e encontramos 4. Determine o nº.

c) O dobro de um número somado com 20 é igual a 50. Calcule esse número e ache o seu triplo.

d) O triplo de um número menos dez é igual ao dobro desse número menos quatro. Qual é esse número?

SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

Você já sabe encontrar o valor de uma variável na equação mas, se a equação fosse formada por duas variáveis (letras), como você resolveria?

Ex: $X + Y = 15$ } Você percebeu que não existe apenas uma única solução?

Veja: Se $X = 7$ } $7 + 8 = 15$
 $Y = 8$ }

Se $X = 2$ } $2 + 13 = 15$
 $Y = 13$ }

Se $X = -3$ } $-3 + 18 = 15$
 $Y = 18$ }

Para determinar um único valor é necessário que se tenha duas equações, que juntas, formam um sistema de equações com duas variáveis.

Lembre-se: para determinar os valores das variáveis é necessário que o número de variáveis seja igual ao número de equações do sistema.

Geralmente usamos sistemas para resolver problemas com duas incógnitas, e seguimos as seguintes etapas:

1º) Ler o problema com muita atenção e montar o sistema com duas variáveis , geralmente X e Y.

2º) Resolver o sistema e depois interpretar os resultados obtendo a resposta para a pergunta feita.

Observe atentamente o exemplo:

Ex 1:

A soma de dois números é 15 e a diferença entre eles é 3. Quais são esses números?

Representando os números procurados por X e Y, temos:

$$\begin{cases} X + Y = 15 & (\text{a soma de dois números}) \\ X - Y = 3 & (\text{a diferença de dois números}) \end{cases}$$

- O sistema pode ser resolvido pelo método da adição algébrica em dois passos:

1º passo - cancelando uma das letras (variáveis)



Lembre-se !! para cancelar uma letra é necessário que elas tenham o mesmo número (coeficiente) com sinais diferentes.

$$\begin{cases} X + Y = 15 & (1^a \text{ equação}) \\ X - Y = 3 & (2^a \text{ equação}) \end{cases}$$

Adicionam-se as duas equações

$$2X = 18$$

Da equação resultante, você determina o valor de uma incógnita (no nosso caso é X).

$$2X = 18$$

$$X = \frac{18}{2}$$

$$X = 9$$

2º Passo: substituir o valor da letra encontrando na 1ª ou 2ª equação.

$$X + Y = 15 \quad (1^a \text{ equação})$$

$$9 + Y = 15$$

$$Y = 15 - 9$$

$$Y = 6$$

Logo, os números procurados são 9 e 6 e o **conjunto verdade** é representado por :

$$V = \{(9, 6)\}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ X, & Y \end{matrix}$$

2º Exemplo: Determine os valores de X e Y do sistema:

$$\begin{cases} X + Y = 8 \\ 2X - Y = 7 \end{cases}$$

0Y não existe

$$3X + 0Y = 15$$

$$3X = 15$$

$$X = \frac{15}{3}$$

$$X = 5$$

Substituindo $X = 5$ na primeira equação, você obtém o valor de Y .

$$\begin{aligned}X + Y &= 8 \\5 + Y &= 8 \\Y &= 8 - 5 \\Y &= 3\end{aligned}$$

O conjunto verdade é representado assim:

$$\begin{array}{c}V = (5, 3) \\ \swarrow \quad \searrow \\ (X, Y)\end{array}$$

3º) Resolva em seu caderno o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 3X + 2Y = 18 \\ -3X + 4Y = 0 \end{cases}$$

Você acertou se tiver feito assim:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} \cancel{3X} + 2Y = 18 \\ \cancel{-3X} + 4Y = 0 \end{cases} \\ \hline 0X + 6Y = 18 \\ 6Y = 18 \\ Y = \frac{18}{6} \qquad Y = 3 \end{array}$$

Substituindo o valor 3 do Y temos:

$$3X + 2Y = 18 \text{ (1ª equação)}$$

$$3X + 2 \cdot 3 = 18$$

$$3X + 6 = 18$$

$$3X = 18 - 6$$

$$X = \frac{12}{3}$$

$$X = 4$$

$$V = (4, 3)$$

Como $2Y$ é $2 \cdot Y$ e você sabe que $Y = 3$ observe a substituição no exercício.

Copie e resolva em seu caderno:

9) A diferença de dois números é 4 e a soma desses números é 26. Quais são esses números?

10) A soma de dois números inteiros é 34 e a diferença é 4. Quais são esses números?

11)
$$\begin{cases} X + 3Y = 17 \\ -X - 2Y = -12 \end{cases}$$

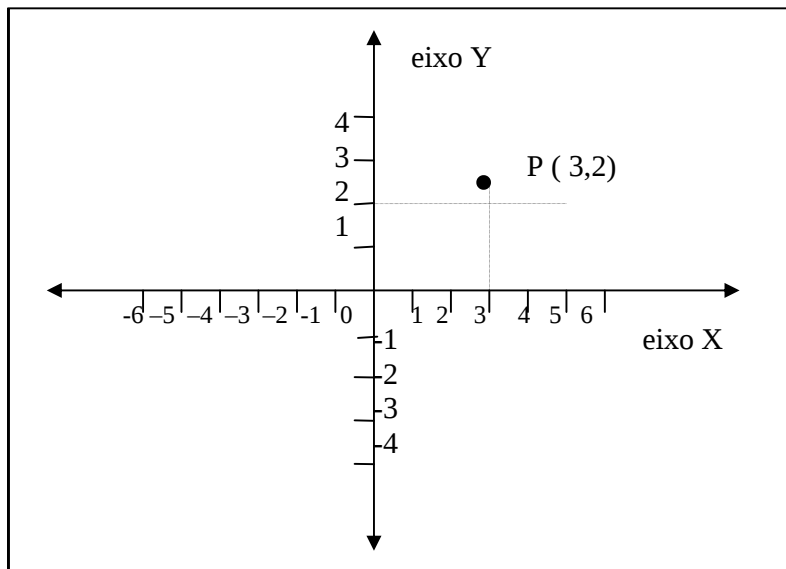
INICIAÇÃO À GEOMETRIA ANALÍTICA

Você acha possível que um mesmo problema possa ser resolvido tanto algebricamente como geometricamente? Você aprendeu a solução algébrica do sistema de equações do 1º grau fazendo os cálculos com números e as variáveis. Como será a solução geométrica do mesmo sistema? Usando o plano cartesiano, ou seja, o gráfico.

Observe: Você aprendeu o que é e para que serve o plano cartesiano no módulo 6, vamos relembrar:

Usando duas retas numeradas (ou eixos), que se cruzam num ponto (a origem) e considerando :

- 1º Os eixos perpendiculares entre si (formando ângulos de 90º);
- 2º A mesma unidade de medida nos eixos.



O eixo horizontal é chamado eixo **X**.

O eixo vertical é chamado eixo **Y**.

Para localizar um ponto **P** (na figura), traçam-se por esse ponto paralelas aos eixos **X** e **Y**, respectivamente.

Portanto, ao ponto **P** da figura corresponde um par ordenado de números reais (3,2), dessa maneira fica determinado o ponto, como intersecção das retas paralelas aos eixos **X** e **Y**.

P (3,2) : O primeiro número do par ordenado é chamado **abscissa** (eixo **X**) e o segundo nº é a **ordenada** (eixo **Y**). Ambos são denominados **coordenadas cartesianas**.

Voltando ao exemplo da página 2 :

$$\begin{cases} X + Y = 15 \\ X - Y = 3 \end{cases} \text{ para encontrar a } \textbf{solução geométrica} \text{ faremos assim:}$$

$$X + Y = 15 \text{ (1ª equação)}$$

Pense em dois nºs que somando dá 15 para fazer a 1ª tabela

$$X - Y = 3 \text{ (2ª equação)}$$

Pense em dois nºs que subtraindo dá 3 para fazer a 2ª tabela.

Damos valores para **X** e **Y** de modo a tornarem verdadeiras as equações. Existem várias opções. Precisamos no mínimo de 2 valores para cada equação.

Observe:

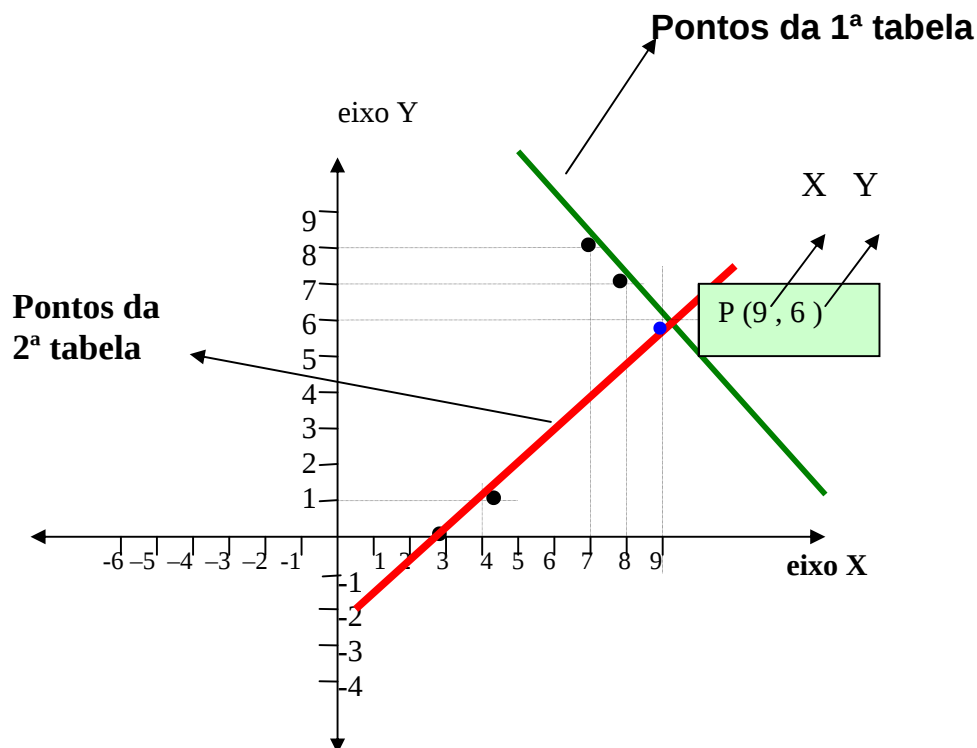
X	Y	
7	8	→ P (7,8)
8	7	→ P (8,7)

X	Y	
3	0	→ P (3,0)
4	1	→ P (4,1)

Você marca os pontos encontrados da 1ª tabela no plano cartesiano e traça a respectiva reta. Em seguida marca os pontos da 2ª tabela e traça a segunda reta.

O ponto (X , Y) onde elas se cruzam é a resposta do sistema.

Observe o gráfico na página seguinte:



O resultado será o ponto de intersecção da reta (onde se cruzam). Os valores $X = 9$ e $Y = 6$ são os únicos que tornam as duas equações verdadeiras:

$$\begin{array}{ll} X + Y = 15 & X - Y = 3 \\ 9 + 6 = 15 & 9 - 6 = 3 \end{array}$$

Copie e resolva em seu caderno:

12) Resolva em seu caderno observando a explicação anterior:

$$\begin{cases} X + Y = 6 \\ X - Y = 2 \end{cases}$$

Como queremos a solução **geométrica** precisamos dos valores de X e Y nas duas equações. Complete as tabelas.

$$X + Y = 6$$

X	Y

$$X - Y = 2$$

X	Y

Agora é só marcar os pontos no plano cartesiano (gráfico) e ver o encontro das duas retas. Essa é a **solução** do sistema.

GABARITO

- 1) a) 5
b) 41
c) 1
d) 2
e) 6

- 2) a) $-15x^2y$
b) $-20b$
c) $6x - 3y$
b) $11s$

3) $P = x + x + x + 3 + x + 3$ ou $P = 4x + 6$

- 4-) a) $X + 8 = 12$
b) $X + 8 = 16$
c) $X - 2 = 7$
d) $X - 9 = 12$
e) $2X = 24$
f) $3X = 33$
g) $\frac{X}{4} = 7$

- 5-) a) $2X + 18 = 23$
b) $3X + 28 = 32$
c) $\frac{X}{3} - 8 = 14$
d) $\frac{X}{4} - 14 = 70$

- 6-) a) $X + (X + 1) = 29$
b) $X + (X - 1) = 61$
c) $X + (X + 1) = 29$

- 7-) a) $X = 1$
b) $X = \frac{5}{2}$
c) $X = -2$
d) $X = -\frac{17}{2}$

e) $X = 2$

f) $X = 3$

g) $X = 30$

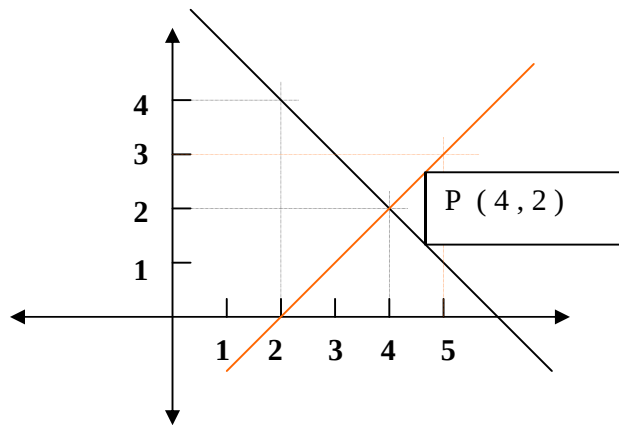
- 8-) a) $X = 8$
b) $X = 13$
c) $X = 15$
d) $X = 6$

9-) $(15, 11)$

10-) $(19, 15)$

11-) $(2, 5)$

12-)



Logo, a solução é $X = 4$ e $Y = 2$

MÓDULO 12

OBJETIVOS:

Proporcionar ao aluno:

- A vivência das idéias abordadas, envolvendo chances e possibilidades que levem a observação, organização e raciocínio lógico dos acontecimentos ao seu redor e no mundo;
- A possibilidade de interpretar gráficos de barras, colunas e setores circulares, pois as informações trazidas pelos meios de comunicação (rádio , jornais, televisão revistas, etc.) constantemente exigem estes conhecimentos, assim o aluno poderá fazer uma leitura do mundo a contento;
- A oportunidade de analisar criticamente uma informação apresentada estatisticamente.

Roteiro de estudo:

Resolva em seu caderno os exercícios e faça a correção pelo gabarito.

CERCADO DE ESTATÍSTICAS POR TODOS OS LADOS

Você pode não saber definir **estatística**, mas ao ouvir essa palavra logo pensa em números, tabelas e gráficos, não é?

A estatística é um ramo da Matemática especializado em coletar, organizar, representar e interpretar dados, com o objetivo de estudar fatos, fenômenos, comportamentos.

Nos mais variados campos ela está presente para ajudar a solucionar problemas e determinar rumos de ação.

Veja o exemplo:

- Se o estudo estatístico da população de um determinado país revela taxas de analfabetismo crescentes, é conveniente que se adotem políticas educacionais para corrigir esse problema.
- A indústria utiliza estatística para avaliar a aceitação de seus produtos no mercado e a partir daí troca estratégias de produção e venda desses produtos.
- A eficácia de um remédio, tratamento de uma doença ou os efeitos colaterais que ele pode provocar são determinados estatisticamente, etc.

E você?

A estatística está presente em seu cotidiano: nos jornais, revistas, TV, na entrevista que você responde sobre seu sabonete preferido, no folheto com perguntas sobre o serviço de lanchonete que você frequenta, nas profissões que você pode vir a exercer.

Que tal aprender um pouco sobre ela?

Esse é o objetivo deste módulo: ensinar noções básicas de estatística para quem já vive cercado por ela.

Existem empresas especializadas em pesquisas estatísticas (IBOPE, DATA FOLHA, VOX POPULI, etc.).

POPULAÇÃO E AMOSTRA

Observe este exemplo:

Em épocas de eleições, é comum vermos pesquisas de intenção de voto divulgadas pela mídia.

Será que eles entrevistam todos os eleitores para obter os dados da pesquisa? Não, isso seria impossível.

Aí entra o conceito de amostra e população.

População: todos os eleitores formam a população do fenômeno que está sendo estudado.

Amostra: é a **parcela** da população que foi entrevistada e é com base nos dados colhidos nessa amostra que a pesquisa é feita. A escolha da amostra é parte importante na estatística..

Exemplo:

O consumo de tomate na cidade de Curitiba.

População: habitantes da cidade de Curitiba

Amostra: 20 pessoas que moram no mesmo prédio de uma rua de Curitiba.

Pesquisa = consumo de tomate em Curitiba.

Pergunta: Você consome tomate?

Das 20 pessoas entrevistadas que corresponde a 100% da amostra você tem:

Sim	Não
4	16

utilizando a regra de três simples você tem:

20	→	100
4	→	X

$$20 \cdot X = 4 \cdot 100$$

$$X = \frac{400}{20}$$

$$X = 20\%$$

Conclusão: Somente 20% dos habitantes de Curitiba consomem tomate.

A pesquisa não é válida! A população de Curitiba não está sendo adequadamente representada, pois para uma cidade desse porte uma amostra de 20 pessoas não é significativa. Os moradores do prédio formam uma amostra muito pequena e particular. Uma amostra tem que ter uma quantidade suficientemente grande para representar a população da pesquisa em questão.

TABELA

Todos os dados coletados são organizados de tal forma que se reduzem em uma tabela. Veja o exemplo abaixo:

Algumas pessoas tem dois irmãos ou irmãs, outras têm 3; há aquelas que não têm irmãos e também as que, nas famílias numerosas, têm 6 ou 7 irmãos.

Na classe de Ana Lúcia, essa pergunta foi respondida com uma ***pesquisa estatística*** .

Primeiro foi necessário **coletar dados**.



A mesma pergunta foi sendo respondida por todos os alunos e anotado o resultado na lousa:

nome	Nº de irmãos	nome	Nº de irmãos	nome	Nº de irmãos	nome	Nº de irmãos
Ana L.	2	Edna	1	Henrique	1	Paula	2
Ana M	0	Eduardo	2	Ivo	2	Pedro	2
Antonio	1	Fabiana	0	Júlia	1	Renata	3
Bernardo	1	Fernando	1	Luciana	0	Ricardo	0
Célia	0	Gabriel	2	Maria Ap	3	Silvia	1
Daniela	3	Getúlio	0	Neide	1	Sônia	1
Danilo	0	Gilberto	1	Olavo	1	Zoráide	5

E para organizar os dados coletados, foi feita essa **tabela**. Ela mostra a quantidade de casos de 0 irmão, 1 irmão, 2 irmãos, etc.

Nº DE IRMÃOS	FREQÜÊNCIA
0	2
1	11
2	6
3	3
4	0
5	1

É a quantidade de pessoas em cada caso.

Os dados da tabela podem ser representados em gráficos.

GRÁFICOS: A COMUNICAÇÃO DA ATUALIDADE

Atualmente, quando lemos um jornal, uma revista ou assistimos a um noticiário de televisão, é muito comum encontrarmos informações sobre diversas situações representadas por meio de gráficos.

Neste módulo vamos analisar alguns tipos de gráficos e entender melhor as informações nele contida.

São eles:

-gráficos de segmento;

-gráficos de setores;

-gráficos de barras ou colunas.

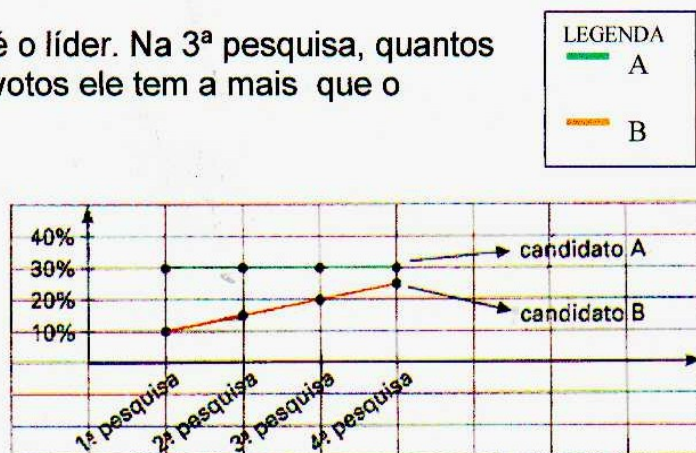
1) Os gráficos de linhas ou segmentos: servem para mostrar a progressão de um fenômeno num certo período de tempo.

Veja o exemplo na outra página:

A cada 15 dias, um instituto de pesquisa fazia uma sondagem eleitoral para saber qual dos dois candidatos principais tinha chance de ser eleito. Veja o gráfico seguinte.

a) O candidato A é o líder. Na 3ª pesquisa, quantos por cento dos votos ele tem a mais que o candidato B ?

b) O candidato B está atrás, mas dizem que ele é quem vencerá. Por quê?



Analisando o gráfico percebemos que o candidato B sempre se manteve em alta (linha crescente) o que evidencia a probabilidade de ser o vencedor.

2-) Gráficos de setores: utilizam-se círculos fatiados muito semelhante a uma pizza cortada em vários pedaços e servem para situações em que se precisa ter uma visão comparativa entre toda as suas partes e o inteiro.

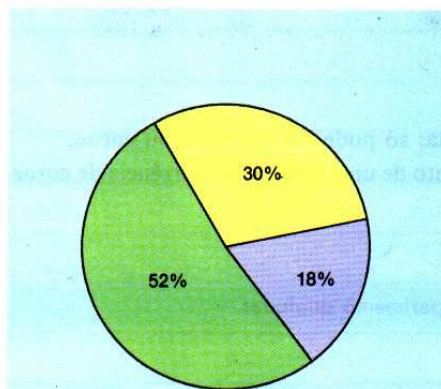
Nesse gráfico a unidade mais usada é a porcentagem.

Sabendo que o ângulo da circunferência é 360° fazemos a correspondência com o total da porcentagem (100%) para calcular o ângulo correspondente a cada porcentagem.

Observe o exemplo do gráfico seguinte e como determinar o ângulo relativo ao valor de cada porcentagem.

5 GRÁFICOS EM SETORES

1º exemplo



Vamos supor o problema:

52% dos congressistas brasileiros são presidencialistas

30% dos congressistas brasileiros são parlamentaristas

18% dos congressistas brasileiros são indefinidos

Setores circulares são formas adequadas para representar fenômenos que se expressam em termos de porcentagens. Isso porque o círculo todo é uma excelente representação de 100%

Para representar os 30% dos congressistas no círculo, escrevemos a seguinte regra de três simples:

100% correspondem a 360°

30% correspondem a X

$\frac{100}{30} = \frac{360}{X}$ multiplicando

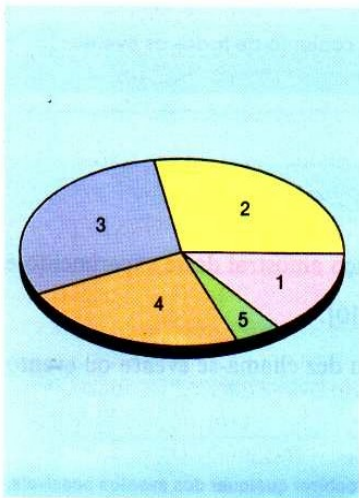
$$100 \cdot X = 30 \cdot 360$$

$$100 \cdot X = 10800$$

$$X = \frac{10800}{100}$$

$$X = 108\%$$

2º exemplo

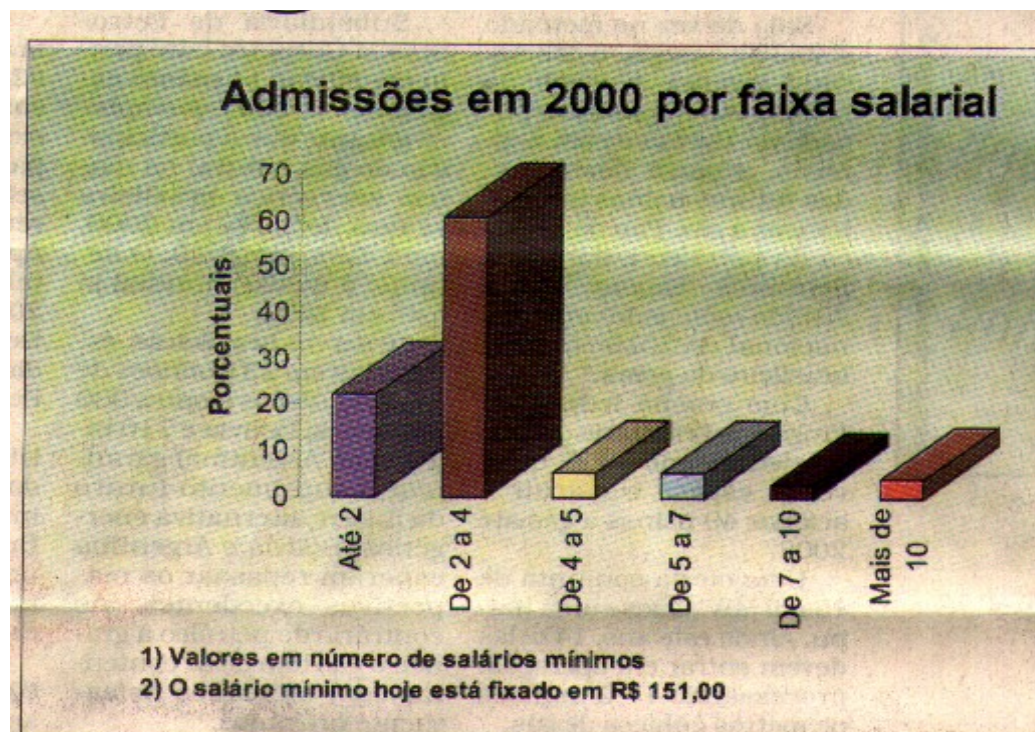


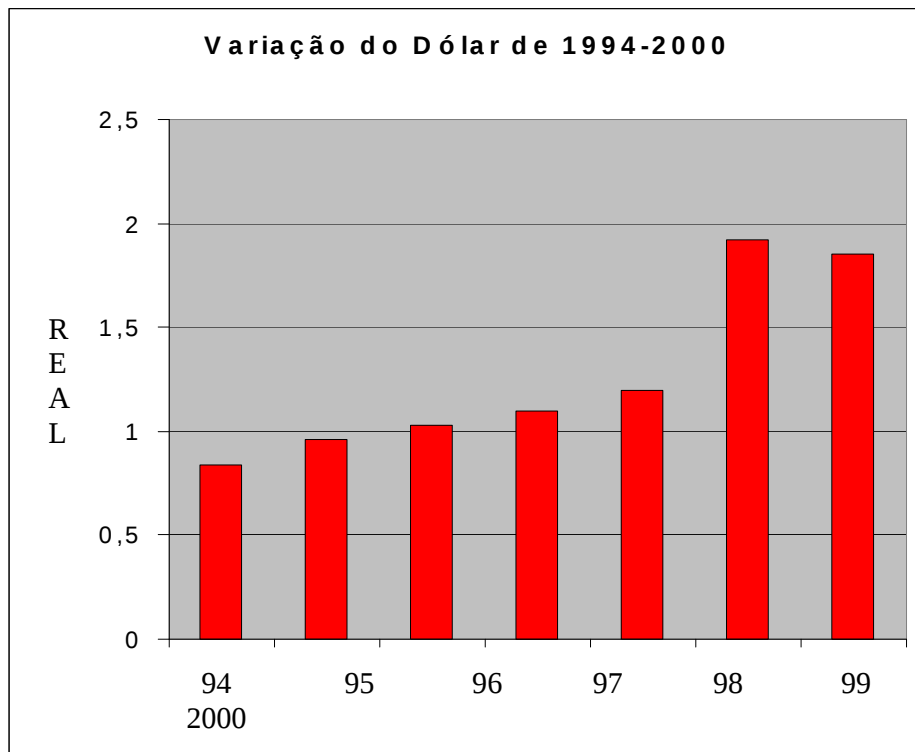
Vamos supor que o preço no varejo de um livro para o consumidor final tenha a seguinte distribuição de despesas:

- 1** 10% na produção editorial: editoração, revisão, composição, arte-final, capa e fotolitos
- 2** 30% nas despesas diretas de papel e impressão
- 3** 20 a 25% nas despesas de divulgação e comercialização da editora e dos distribuidores
- 4** 30% ao livreiro, comerciante final
- 5** 5 a 10% de direitos autorais

Como a soma dos percentuais é 100%, o gráfico em setores torna-se expressivo para interpretar a questão proposta.

3-) Gráfico de barras ou colunas: apresentam os resultados em forma de barras horizontais ou verticais (colunas), partindo do plano cartesiano formado por dois eixos: **horizontal e vertical**.

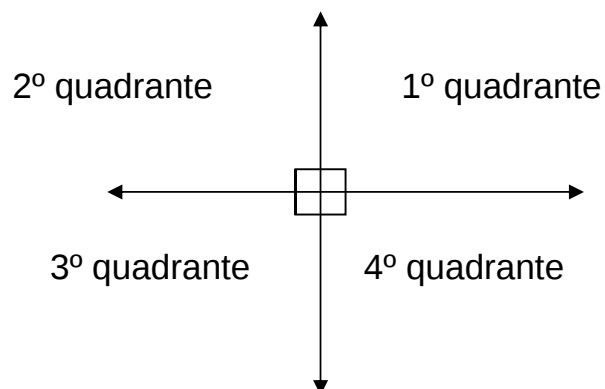




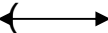
PLANO CARTESIANO

Aplicando a idéia, podemos pensar em um plano dividido por duas retas perpendiculares em quatro ângulos retos. Essas retas recebem o nome de **eixos** e cada um dos quatro ângulos recebe o nome de **quadrante**.

Convencionou-se numerar os quadrantes da seguinte maneira:



Considerando que essas retas sejam a representação das retas reais e se interceptam no ponto referente ao zero, obtemos um sistema de referência chamado de sistema cartesiano. Os eixos desse sistema são chamados **eixos cartesianos**. Convenciona-se que:

- o **eixo horizontal** () é chamado eixo das **abscissas** ou **eixo x**.
- o **eixo vertical** () é chamado eixo das **ordenadas** ou **eixo y**.

Esses dois eixos determinam o plano cartesiano onde serão colocados os valores dos gráficos.

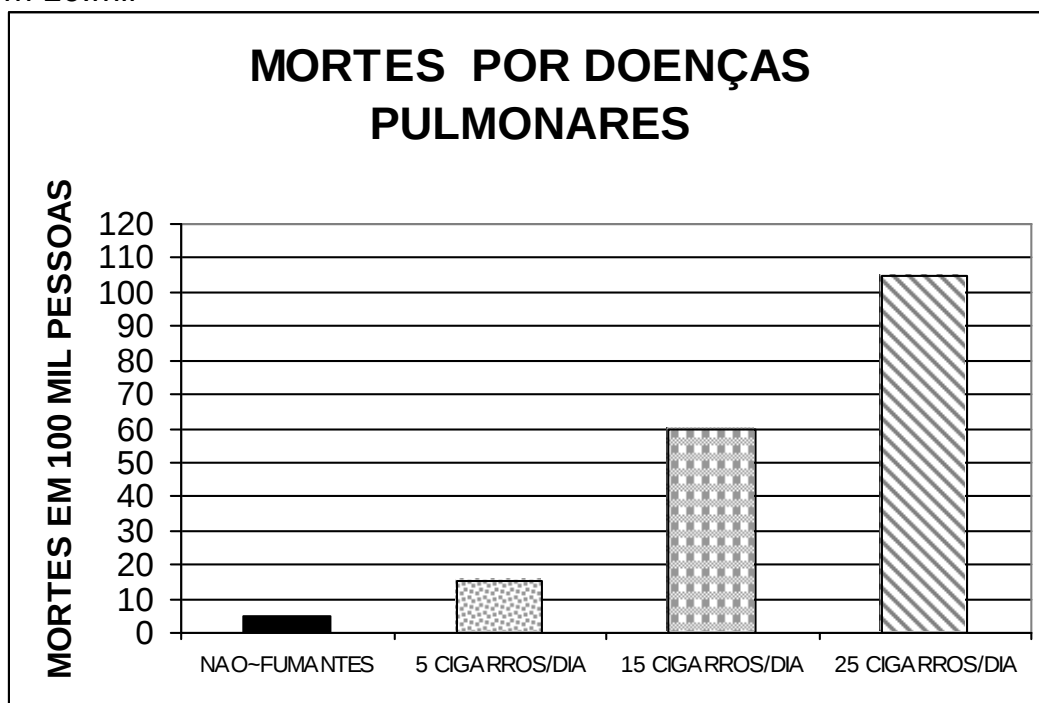
ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

Para você analisar e interpretar um gráfico é necessário observar alguns elementos que fazem parte dele tais como:

Título: identifica o assunto que está sendo apresentado.

Legenda: identifica quais os elementos que foram pesquisados.

Títulos dos eixos: vertical e horizontal. Os eixos (retas) são divididos em partes iguais. Cada ponto representa uma unidade de medida. É necessário observar de quanto em quanto foi dividida a unidade de medida. Neste exemplo o eixo vertical foi dividido de 0 em 10.mil



Copie e resolva em seu caderno:

1) Observe o gráfico anterior e responda em seu caderno

- a) Qual foi o assunto tratado nessa pesquisa?
- b) Qual a graduação (de quanto em quanto foi dividida as unidades de medida) do eixo vertical?
- c) O que representa a coluna de quadradinhos?
- d) Qual foi o total de amostra pesquisada? (total de pessoas)
- e) Quantos não fumantes morreram de doenças pulmonares?
- f) As 60 mil pessoas que morreram fumavam quantos cigarros / dia?
- g) Para você, qual a relação que existe entre a quantidade de cigarros/dia fumados e a quantidade de mortes por doença pulmonar?
- h) Dê a sua opinião sobre a relação do uso do cigarro e mortes por doenças pulmonares.

OBSERVE O GRÁFICO ABAIXO E RESPONDA EM SEU CADERNO:

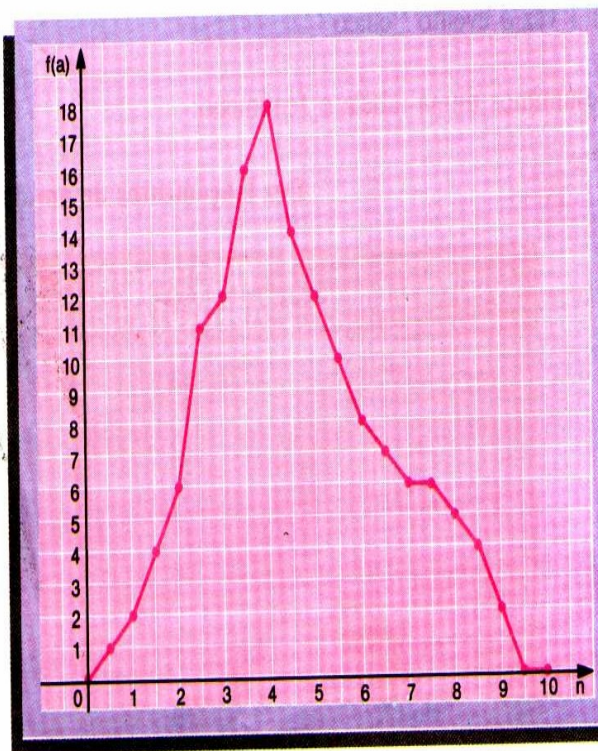
Suponha a seguinte situação: 144 candidatos fazem uma prova para um concurso em que as notas variam de 0 a 10, de meio em meio ponto.

O resultado da avaliação é o que está expresso no gráfico que segue:

Dizemos, por exemplo, que:

- 12 é a freqüência (quantidade) da nota 3.
- 8 é a freqüência da nota 6
- o eixo Y representa a freqüência (quantidade de alunos de cada nota)

A questão anterior admite um gráfico em colunas ou em linha poligonal que identifica a distribuição das frequências nesse experimento. Assim, colocando-se no eixo das abscissas as notas obtidas de zero a dez e no eixo das ordenadas as frequências absolutas, obteremos o gráfico ao lado:



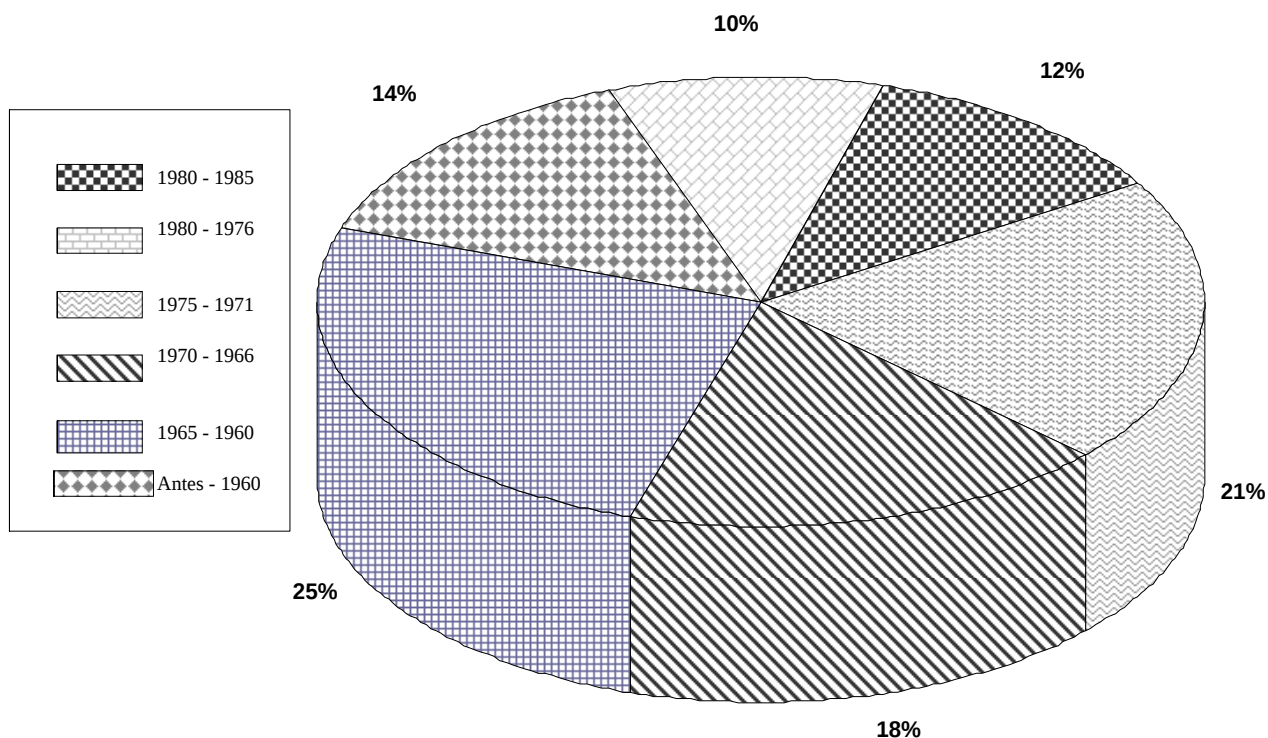
n = notas de zero a dez
 $f(a)$ = frequência absoluta de cada evento

Observe o gráfico acima e complete a tabela que está na página seguinte:

2) Copie e complete em seu caderno a tabela abaixo de acordo com os dados no gráfico da página anterior:

NOTAS	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
FREQ.	0					11											5				

FAIXA ETÁRIA DOS ALUNOS DO CEESVO - 2000



3) Copie e responda em seu caderno completando os espaços em branco.

A legenda refere-se ao intervalo de anos de nascimento dos alunos do CEESVO. Analise o gráfico e complete as afirmações abaixo:

a) A faixa etária correspondente a 25% dos alunos é de _____.

b) Os alunos mais novos correspondem a porcentagem de _____.

c) Se os mais velhos correspondem a 14% dos alunos, a idade mínima em relação a 2003 é de _____.

d) Os nascidos entre 1975 a 1985 correspondem a um total de _____% dos alunos.

e) Um aluno que em 2003 tem 30 anos está dentro da faixa etária que corresponde a _____%

MÉDIA ARITMÉTICA

A média aritmética de um conjunto numérico é a soma de todos os números dividido pela sua quantidade . Veja o exemplo:

Exemplo: Numa competição de salto em altura um atleta obteve os seguintes resultados em 6 saltos:

1º salto = 2,22 m

2º salto = 2,36 m

3º salto = 2,30 m

4º salto = 2,28 m

5º salto = 2,32 m

6º salto = 2,38 m

A média aritmética das alturas que esse atleta saltou é dada pela soma de todas as alturas atingidas dividida pela quantidade de saltos.:

$$M = \frac{2,22 + 2,36 + 2,30 + 2,28 + 2,32 + 2,38}{6} = \frac{13,86}{6}$$

$$M = 2,31 \text{ m}$$

Copie e resolva em seu caderno:

4) Qual a média de um aluno que obteve as seguintes notas:

1º bimestre	nota	9
2º bimestre	nota	8
3º bimestre	nota	10
4º bimestre	nota	9



E estamos felizes. Você atingiu seus objetivos terminando uma etapa de seus estudos. Não pare, continue em frente..

Queremos encontrá-lo (a) no Ensino Médio.

Parabéns!!!

Que o seu futuro seja brilhante. Você merece!

Gabarito:

1)

- a) Mortes por doenças pulmonares
- b) De 10000 em 10000 pessoas
- c) Os que fumam 15 cigarros / dia
- d) 185000 pessoas
- e) 5000 pessoas
- f) 15 cigarros / dia
- g) Pessoal
- h) Pessoal

2) -

NOTAS	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
FREQ.	0	1	2	4	6	11	12	16	18	14	12	10	8	7	6	6	5	4	2	0	0

3)

- a) 1965 – 1960
- b) 12%
- c) 44 anos
- d) 43%
- e) 21%

4) Obteve média 9

Bibliografia:

Desenhos ilustrativos tirados dos livros:

BONGIOVANNI, Vincenzo, Vissoto, Olímpio Rudinin Leite, Laureano, José Luiz Tavares. MATEMÁTICA VIDA. Quinta Série a Oitava Série
São Paulo. Editora Ática. 7ª Edição. 1995.

IMENES, Luiz Marcio, Lellis Marcelo. MATEMÁTICA. Oitava Série
São Paulo. Editora Scipione. 1999.

SCIPIONE, Di Pierrô Netto. MATEMÁTICA CONCEITOS E HISTÓRIAS. 6ª Edição. Oitava Série. São Paulo. Editora Scipione 1997.

ELABORADO PELA EQUIPE DE MATEMÁTICA 2007:

- Elisa Rocha Pinto de Castro
- Francisco Carlos Vieira dos Santos
- Josué Elias Latance
- Rosy Ana Vectirans

COLABORAÇÃO:

- Adriana Moreira Molinar
- Esmeralda Cristina T. Ramon
- Rosimeire Maschetto Nieri
- Sara M. Santos

DIREÇÃO:

- Elisabete Marinoni Gomes
- Maria Isabel Ramalho de Carvalho Kupper

COORDENAÇÃO:

- Neiva Aparecida Ferraz Nunes

APOIO: Prefeitura Municipal de Votorantim

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.